

КОРАБЛЕБУДУВАННЯ

УДК 629.5:624.04

DOI <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.4/03>

Соков В.М.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ СТІНКИ БАЛКИ ЗІ ЗЛАМОМ КРОМОК

Наведено методику визначення інтенсивності пружно-пластичних та пластичних деформацій в осередку концентрації напружень типової суднової балки зі зломом стінки/осі/кромки залежно від її геометричних параметрів та величини прикладеного зовнішнього навантаження. Матеріал балки прийнято ідеально пружно-пластичним. Балка складається з двох призматичних частин різних висот, що поєднані плавним переходом із похилою прямолінійною кромкою від меншої висоти стінки до більшої. Вільний фланець, що може кріпитися до ламаної кромки, відсутній. Максимальне навантаження, прикладене до торця балки меншої стінки, становило 0,9 від границі плинності. Напружено-деформований стан аналізувався методом скінченних елементів (МСЕ) з використанням теорії пластичної течії. Доведено необхідність використання об'ємної задачі для розрахунку пластики. Обрана товщина балки при проведенні серійних досліджень забезпечує реалізацію переважно плоского напруженого стану відносно розмірів пластичної зони. Плоска деформація практично не реалізується. Додатково проведено аналіз розвитку пластичних зон залежно від зростаючого зовнішнього навантаження та геометричних параметрів балки. Наведено контури пластичних зон та ліній рівня інтенсивності деформацій для обраних варіантів. На основі даних величин пружно-пластичних деформацій було проведено аналіз формули Нейбера в залежності від геометричних параметрів балки і величини навантаження. Було доведено, що для випадків, коли навантаження не перевищує 0,6 від границі плинності, формула Нейбера дає задовільні безпечні результати і не потребує коригування. Це дає змогу застосувати відомі методику розрахунку втомної міцності (наприклад S-N кривих) і механіки руйнування до досліджуваної балки в концентраторі, де неявно задіяна класична формула Нейбера. Запропоновані методику визначення пружно-пластичних та пластичних деформацій можуть бути застосовані в методах розрахунку мало- та середньо-циклової втоми та механіки руйнування, де явно задіяні значення цих деформацій.

Ключові слова: пластика, пружно-пластичне деформування, балка зі зломом стінки/осі/кромки, пластичні зони, ідеально-пластичне тіло, формула Нейбера.

Постановка проблеми. У суднокорпусних конструкціях має місце балка зі зломом кромки/осі/стінки (рис. 1), яка нижньою прямолінійною кромкою приєднана до обшивки, а верхня ламана кромка є вільною.

Такі балки зазнають осьових навантажень p_1 , викликаних загальним згином корпусу судна, і згинальних навантажень p_2 , викликаних місцевим згином перекриття. До верхньої ламаної кромки може кріпитися вільний фланець. В рамках даного дослідження вільний фланець відсутній. Нині не існує систематичних методик для оцінки міцності балок зі зломом кромки (рис. 1) і відповідно рекомендацій щодо їх проектування. Тому для оцінки міцності подібних балок доводиться кожен раз використовувати програмні комплекси. Це призводить до збільшення трудомісткості про-

ектування суднокорпусних конструкцій та судна загалом на початкових етапах. Балки такого типу можуть працювати як в умовах пружного, так і в умовах пружно-пластичного деформування, коли в осередку концентрації напружень σ (рис. 1)

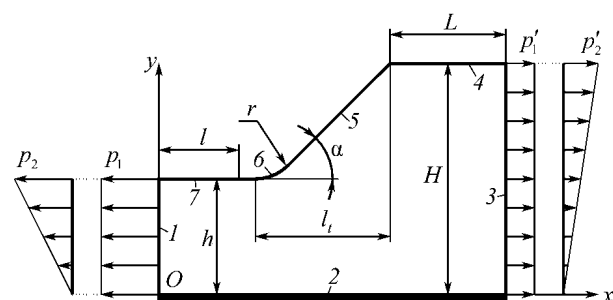


Рис. 1. Загальний вигляд балки зі зломом кромки

виникають пружно-пластичні деформації. Під час роботи в пружно-пластичному режимі конструкція більш вичерпно несе свою несучу здатність. Необхідно дослідити саме пружно-пластичне деформування стінки балки зі зломом кромки в осередку концентрації σ (рис. 1), щоб мати змогу більш якісно прогнозувати втомну міцність, розвиток тріщин, механізм і характер руйнування в цьому концентраторі. Надалі будемо найменувати балку на рис. 1 «балкою-стінкою».

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботах [1, 2] було досліджено НДС балок-стінок при відповідно розтяганні-стисканні і згині та запропоновано залежності для визначення коефіцієнтів концентрації напружень в залежності від геометричних параметрів.

Величина пружно-пластичних та пластичних деформацій і характеристики пластичних зон необхідні для оцінки втомної міцності, прогнозування розвитку тріщин тощо. Особливості і деталі пластичної плинності/течії в концентраторі визначають умови перетворення його в тріщину і закони її подальшого розвитку. Тому дуже важливо мати правильне представлення про форму і розміри пластичної зони, про інтенсивності деформацій і напружень в ній і про еволюції цих величин в процесі росту зовнішнього навантаження і розповсюдження тріщини. Дослідження пластичних зон необхідно для розуміння умов, що супроводжують початок росту тріщин і правильного розсуду про критеріальні характеристики матеріалу [3, 4, 5].

У публікації [6] було досліджено пружний та пружно-пластичний НДС пластини в концентраторі напружень аналітичними методами. Перевірки аналітичних рішень проведені МСЕ з використанням програмного комплексу ANSYS показали високу відповідність результатів. Проте аналітичні підходи, що були реалізовані в [6], не можна застосувати до досліджуваної балки-стінки.

Цікавою роботою є [7], де досліджено початковий розвиток тріщин у рамках механіки пружно-пластичного руйнування (МППР). У цій роботі поєднано деформаційні критерії втомної міцності і механіку пружно-пластичного руйнування, де широко задіяні пружно-пластичні та пластичні деформації; показана залежність розмірів тріщини від величини деформацій. В [7] можливість застосування методу отриманого в рамках МППР була доведена так званим методом нерозповсюдження тріщини.

Для оцінки втомної міцності задіяні також накоплені пластичні деформації. Розвиток тріщини в умовах малоциклової втоми досліджу-

ється в роботах [8, 9], де приділено увагу врахуванню накоплених пластичних деформацій. В цих роботах проведено експериментальні дослідження зразків, проведено аналіз і представлено залежності зокрема накопленої пластичної деформації та інших параметрів тріщини в залежності від кількості циклів. Ці дані можуть бути дуже корисними для подальших досліджень.

Метою огляду робіт [7, 8, 9] є не критика методів, що там використовуються, а доведення необхідності самостійного визначення величини пружно-пластичних та пластичних деформацій в залежності від параметрів конструкцій для подальшого їх використання в рамках теорії втомної міцності, руйнування тощо. Це аналогічно визначенню геометричних характеристик поперечних перерізів, які можна визначати незалежно від розрахунку міцності самих стержнів.

Цікавим є підхід для наближеного визначення параметрів пластичних зон представлено в монографії [10], заснованого на методі Зарка. А в [11] запропоновано напіваналітичний метод для визначення параметрів пластичних зон. Запропоновані в [10, 11] методи та підходи для пластичних зон дозволяють проводити відносно прості розрахунки з отриманням задовільних результатів в безпечну сторону без застосування теорії плинності. Проте ці методи можна використовувати лише для випадку простого (або наближеного до простого) навантаження для відносно простих типів геометрії. Для випадків складного навантаження і/або складної геометрії точність передбачити не можна. Це доводить необхідність все таки проведення більш точних розрахунків пластики для типових конструкцій.

Для оцінки пружно-пластичних деформацій в інженерних розрахунках широко застосовуються ті чи інші формули, що пов'язують пружні та пружно-пластичні параметри в осередку концентрації напружень. Серед цих залежностей найбільш простою і відносно точною є формула Нейбера (див. наприклад [12]), що зумовило її широке застосування в інженерній практиці. Проте ця формула може давати незадовільні результати, що відзначено в багатьох публікаціях. Пропонуються покращення цієї формули.

Паралельно ведуться спроби розроблення більш точних залежностей для оцінки пружно-пластичних деформацій. Серед помітних робіт стосовно цього питання слід відзначити [12, 13].

У публікації [12] представлено так звану узагальнену криву відгуку концентратора, по якій можна визначати пружно-пластичні деформації.

Ця крива залежить від кривої деформування матеріалу та від параметрів геометрії концентратора. Визначена один раз, ця крива дозволяє визначати пружно-пластичні деформації залежно від величини прикладеного навантаження. Метод розроблений тільки для двовимірних задач. Перевірки проведені чисельними методами показали доволі прийнятні результати.

Прості залежності для оцінки пружно-пластичних деформацій представлено в [13], які було отримано на базі локальних ефектів, послаблення робочого перерізу і еталонних напружень. Цей метод враховує зміцнення і може застосовуватися як для двовимірних так і для тривимірних задач. Чисельні розрахунки показали задовільні результати для запропонованого методу.

Проте запропоновані в [12, 13] методи все-таки отримані на основі спрощених гіпотез, які не враховують ті чи інші фактори. А тому визначені деформації можуть відрізнятися від істинних, що призводить до того, що для певного типу конструкцій для обраних варіантів геометрії доводиться проводити перевірки, використовуючи чисельні методи розрахунку пластики.

Короткий огляд літератури показав, що в критеріях втомної міцності і руйнування таким чи іншим чином задіяні параметри пластичних зон концентратора: пружно-пластичні, пластичні деформації та напруження і їх приведені значення; розміри і площа пластичних зон; рідше переміщення в околі концентратора тощо. Невирішеною проблемою є відсутність залежностей для визначення вищевказаних параметрів пластичних зон в залежності від параметрів балки-стілки (рис. 1), щоб надалі мати можливість проводити розрахунки її втомної міцності та руйнування.

Постановка завдання. Метою даного дослідження є розробка залежностей для визначення інтенсивності пружно-пластичних і пластичних деформацій в осередку концентрації напружень балки-стілки в залежності від її геометричних параметрів та величини прикладеного зовнішнього навантаження для ідеального пружно-пластичного тіла; короткий аналіз пластичних зон; аналіз формули Нейбера для балки-стілки.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1) обґрунтувати розрахункову схему та методику проведення досліджень;

2) для кожного з варіантів балки-стілки визначити мінімальні навантаження, при яких починається пластичне деформування в осередку концентрації напружень;

3) для кожного з варіантів балки-стілки встановити залежність пружно-пластичної та пластичної інтенсивності деформацій в осередку концентрації напружень залежно від зростаючого зовнішнього навантаження.

4) використовуючи дані про величини пружно-пластичних деформацій в залежності від параметрів, провести аналіз формули Нейбера.

Характеристики руйнування розглядатися не будуть.

Методи, об'єкт та предмет дослідження. *Методом* дослідження є МСЕ, розроблений автором на мові програмування C++ для вирішення пружної та пружно-пластичної задачі. Пружно-пластична задача вирішувалася з використанням теорії пластичної плинності. Для серійних розрахунків пружно-пластичної задачі використовувалися об'ємні скінченні елементи (СЕ), що представляють собою тетраедри з 10 вузлами. *Об'єктом* дослідження є концентратор напружень б балки-стілки (рис. 1). *Предметом* дослідження є пружно-пластичні, пластичні деформації і характеристики пластичних зон в околі цього концентратора.

Теоретичні коефіцієнти концентрації напружень балки-стілки. Окрім залежностей теоретичних коефіцієнтів концентрації напружень, наведених в [1, 2], пропонуються додаткові залежності для їх визначення в більш вузьких діапазонах геометричних параметрів в рамках цієї роботи.

Для визначення теоретичного коефіцієнту концентрації k_1 при пружному розтягненні-стисненні для типового осередку б (рис. 1) при широкому варіюванні геометричних параметрів пропонується формула [1]

$$k_1 = 1 + 0,55 \operatorname{th} \left(1,7 \frac{H}{h} - 1,2 \right) \left(\frac{r}{h} \right)^\gamma \operatorname{th} \left(0,06\alpha \operatorname{cth} \left(1,2 \frac{H}{h} - 0,5 \right) \left(\frac{r}{h} \right)^\beta \right); \quad (1)$$

$$\gamma = 0,16 \left(\frac{H}{h} \right)^{-1} - 0,7; \quad \beta = 0,04 \frac{H}{h} + 0,25; \quad \alpha^\circ,$$

де кут зламу α в цій та інших формулах для коефіцієнтів концентрації виражено в градусах.

Формула (1) дозволяє обчислити величину k_1 з відхиленням, що не перевищує $\pm 5\%$ при $1,2 \leq H/h \leq 3$; $0,05 \leq r/h \leq 1$; $5^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ відносно результатів, отриманих по МСЕ.

Також були отримані інші, менш точні формули. Одна з них має вигляд

$$k_1 = 1 + 0,55 \operatorname{th} \left(0,06\alpha \right) \operatorname{th} \left[\frac{0,65 \left(H/h \right)^2}{\operatorname{th} \left(0,01\alpha^{1,5} \right)} \right] \left(\frac{r}{h} \right)^\omega; \quad (2)$$

$$\omega = \frac{0,003\alpha - 0,05}{H/h} - 0,18 \ln \alpha + 0,12; \quad \alpha^\circ,$$

Формула (2) дозволяє обчислити величину k_1 з похибкою $\pm 10\%$ при $1,1 \leq H/h \leq 3$; $0,05 \leq r/h \leq 1$; $5^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ відносно даних, отриманих по МСЕ.

Інша формула має вигляд

$$k_1 = 1 + \frac{0,36 \operatorname{th} \left[\left(\frac{40}{\alpha} + 0,8 \right) \frac{H}{h} - 1 \right]}{(r/h) + 7\alpha^{-1,1}} + 0,22 \operatorname{th} (0,05\alpha); \quad \alpha^\circ, \quad (3)$$

Формула (3) визначає значення k_1 при $1,2 \leq H/h \leq 3; 0,05 \leq r/h \leq 1$ та

$5^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ з похибкою не більше $\pm 10\%$ відносно розрахункових даних по МСЕ.

Для більш вузького діапазону кутів зламу α рекомендується більш проста наближена формула розрахунку коефіцієнту концентрації k_1 в осередку

$$k_1 = 1 + 0,19 \frac{r}{h} + \alpha \left(0,01 - 0,018 \ln \left(\frac{r}{h} \right) \right); \quad \alpha^\circ. \quad (4)$$

Формула (4) визначає значення k_1 при $1,1 \leq H/h \leq 3; 0,05 \leq r/h \leq 1; 5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ з похибкою не більш ніж $\pm 5\%$.

Найбільш точна універсальна формула для визначення величини теоретичного коефіцієнту концентрації k_2 при пружному згині має вигляд [2]

$$k_2 = 1 + 0,32 \operatorname{th} \left(1,8 \frac{H}{h} - 1,2 \right) \left(\frac{r}{h} \right)^\gamma \operatorname{th} \left(0,055\alpha \operatorname{cth} \left(\frac{H}{h} - 0,5 \right) \left(\frac{r}{h} \right)^\beta \right); \quad (5)$$

$$\gamma = 0,06 \left(\frac{H}{h} \right)^{-1} - 0,7; \quad \beta = 0,006 \frac{H}{h} + 0,26; \quad \alpha^\circ;$$

де кут зламу α виражено в градусах.

Формула (5) дозволяє обчислити величину k_2 з похибкою, яка не перевищує $\pm 5\%$ при $1,1 \leq H/h \leq 3; 0,05 \leq r/h \leq 1; 5^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ у порівнянні з результатами отриманими по МСЕ.

Розрахунок k_2 з більшою похибкою можна здійснити по нижченаведеній універсальній формулі

$$k_2 = 1 + \frac{0,22 \operatorname{th} \left[\left(\frac{50}{\alpha} + 1 \right) \frac{H}{h} - 1 \right]}{(r/h) + 3,5\alpha^{-1}}; \quad \alpha^\circ, \quad (6)$$

використовуючи яку, значення k_2 можна визначити з похибкою не більше $\pm 10\%$ відносно розрахованих по МСЕ даних для $1,1 \leq H/h \leq 3; 0,05 \leq r/h \leq 1; 5^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Для більш вузького діапазону кутів зламу α може бути запропонована більш проста наближена формула розрахунку коефіцієнту концентрації k_2 в осередку

$$k_2 = 1 + 0,15 \frac{r}{h} + \alpha \left(0,002 - 0,02 \ln \left(\frac{r}{h} \right) \right); \quad \alpha^\circ, \quad (7)$$

Значення k_2 за формулою (7) визначається з похибкою не більш ніж $\pm 6\%$ відносно розрахованих даних по МСЕ при $1,1 \leq H/h \leq 3; 0,05 \leq r/h \leq 1; 5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$.

Обґрунтування розрахункової схеми, методики досліджень та параметричні дослідження. Розрахункова схема при проведенні пружно-пластичного аналізу така сама як і при

пружному деформуванні, яка описана в [1] і показана на рис. 2.

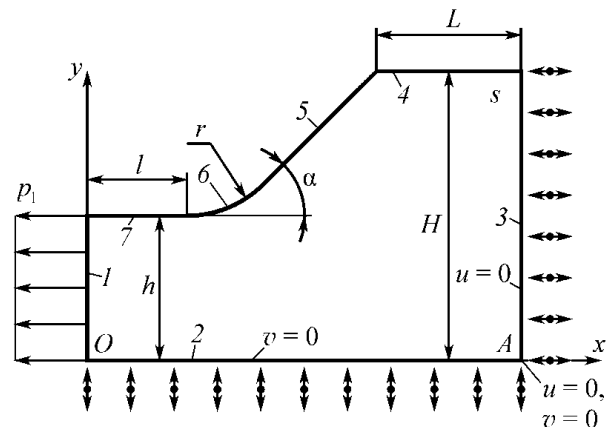


Рис. 2. Розрахункова схема досліджуваної балки-стілки

Наведена розрахункова схема може бути обґрунтована наступним чином. Наявність приєднаного пояса/фланця обшивки 2 (рис. 1) призводить до того, що нейтральний шар завжди зсунутий вниз до обшивки, і ми вважаємо в крайньому випадку, що він збігається з шаром $u = 0$, тобто збігається з кромкою 2. Протягом експлуатації досліджувана балка здебільшого працює на згин та розтяг-стиск, так що верхні кромки стінок призматичних частин на достатньому віддаленні від місць зламу завжди знаходяться в лінійному НДС. Наведені схеми забезпечують отримання найбільш безпечних результатів порівняно з іншими розрахунковими схемами.

Пружно-пластичні розрахунки проводилися тільки для розтягання-стискання, тому що при цьому значення інтенсивності деформацій отримуються більшими ніж при згині, що є безпечною оцінкою. Для серійних розрахунків пружно-пластичної задачі використовувалися об'ємні СЕ, що представляють собою тетраедри з 10 вузлами. Використання об'ємних СЕ пов'язано з тим, що плоска задача не враховує всі компоненти НДС, т.я. має місце звуження стінки в осередку концентрації та складні процеси розвитку пластичних зон, пов'язані з переходом від плоскої деформації до плоского напруженого стану. Зі зменшенням товщини стінки s зростають значення інтенсивності пружно-пластичних деформацій в осередку концентрації. В результаті числових експериментів було виявлено, що при $s \leq h/20$ відбувається стабілізація значень інтенсивності деформацій в контрольних точках осередку. Товщина стінки $s = h/20$ була прийнята для серійних розрахунків. Така товщина забезпечує реалізацію плоского напруженого стану у вузлі відносно розмірів

пластичних зон. Пробні розрахунки проведені з використанням СЕ у вигляді тетраєдрів з 20 вузлами показали, що отримані результати практично не відрізнялися від результатів отриманих для СЕ з 10 вузлами. Це підтверджує висновки, отримані в [14], що результати розрахунку пружно-пластичного деформування залежать більше від якості обробки інформації в характерних точках (інтегральних і вузлових точках), ніж від типу СЕ.

Розрахунок досліджуваної балки-стілки в умовах пружно-пластичного деформування для одного варіанту проводився наступним чином. При фіксованих геометричних параметрах в осередку/зоні концентрації на кромці *b* (рис. 2) визначався коефіцієнт концентрації k_1 за (1). Потім визначалося мінімальне навантаження $p_{min} = \sigma_s / k_1$, (де σ_s – границя плинності), при яких починається пластичне деформування у зоні концентрації. Пружно-пластична робота для кожного досліджуваного варіанту розраховувалась для трьох значень зовнішнього навантаження p_i , які визначалися за формулами

$$\left. \begin{aligned} p_i &= p_{min} + i \cdot \Delta p, \quad i = 1, 2, 3, \quad \Delta p = \frac{[\sigma] - p_{min}}{n}, \quad n = 3, \\ p_{min} &= \frac{\sigma_s}{k_1}, \quad [\sigma] = 0,9\sigma_s. \end{aligned} \right\} (8)$$

Позначення p_1, p_2, p_3 в цьому розділі не стосуються позначень p_1, p_2 для рис. 1, 2.

Геометричні параметри балки-стілки при серійних розрахунках пластики варіювалися в наступних межах

$$H/h \in [1,6; 2,4], \quad r/h \in [0,05; 0,2], \quad \alpha \in [20^\circ; 75^\circ]. \quad (9)$$

Попередні числові дослідження показали, що якщо довжина l_i похилої частини виміряна вздовж осі *x*, що включає скруглення *b* і похилу кромку 5 (рис. 2) більша, ніж $5,5h$, то відношення H/h практично не впливає на НДС в зоні скруглення *b*.

Отримане ствердження можна записати так

$$\frac{l_i}{h} \leq 5,5; \quad l_i = r \sin \alpha + \frac{H - h - r(1 - \cos \alpha)}{\tan \alpha}. \quad (10)$$

Умова (10) дозволила не створювати занадто довгих моделей, якщо мають місце малі кути α . Також здійснювався контроль радіуса *r*, щоб вертикальна складова зони заокруглення $r(1 - \cos \alpha)$, не перевищувала значення $H - h$.

При поступовому зростанні зовнішнього навантаження пластичне деформування починається в осередку концентрації напружень *b* (рис. 2), а потім пластична зона поступово зростає.

На рис. 3 показано зразки пластичних зон для різних значень зовнішнього навантаження p_i , $i = 1, 2, 3$, прикладеного до кромки *I* (рис. 2) для обраних типів геометрії осередку концентрації, де пояснення наведені в табл. 1.

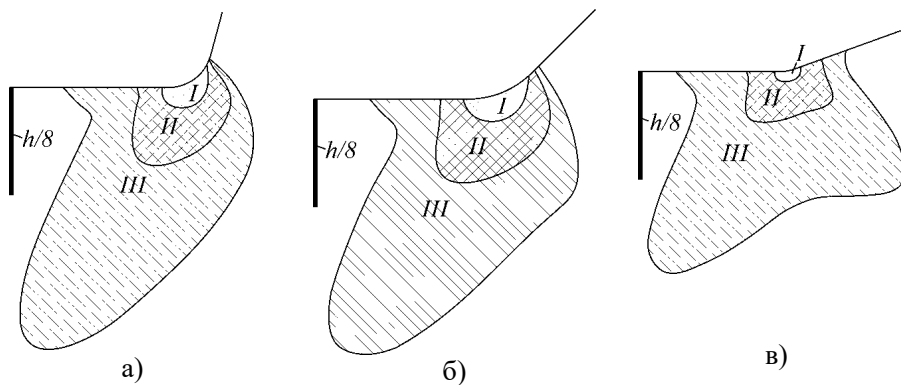


Рис. 3. Пластичні зони балки-стілки

Таблиця 1

Параметри для рисунку 3

№ п/п	Рис.	Геометричні параметри балки-стілки	Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень k_1	№ пластичної зони і відповідне p_i / σ_s		
				I, p_1 / σ_s	II, p_2 / σ_s	III, p_3 / σ_s
1	3, а	$H/h = 0,16; r/h = 0,05; \alpha = 75^\circ$	3,89	0,471342	0,685671	0,9
2	3, б	$H/h = 0,16; r/h = 0,1; \alpha = 45^\circ$	2,93	0,527759	0,713879	0,9
3	3, в	$H/h = 0,16; r/h = 0,05; \alpha = 20^\circ$	2,48	0,569221	0,73461	0,9

На рис. 4 показано ізолінії інтенсивності пружно-пластичних деформацій ϵ_i для сталі 3 з границею плинності $\sigma_s = 235$ МПа, де пояснення до цього рисунку наведені в табл. 2.

В цілому з рис. 3, 4 і табл. 1, 2 можна зробити наступний висновок. Форма пластичної зони дуже залежить від кута нахилу α похилої кромки 5 і менше залежить від радіуса скруглення r кромки 6 (рис. 1, 2). Для великих кутів нахилу (рис. 3, а) при поступовому збільшенні навантаження спостерігається ріст пластичної зони в сторону меншої стінки. Зі зменшенням кута нахилу при поступовому зростанні навантаженні пластична зона розгалужується і утворюється так званий другий «горб», який росте в сторону більшої стінки (рис. 3, в). Цей горб починається десь при $\alpha = 45^\circ$ (рис. 3, б) і вже добре виражений при $\alpha = 20^\circ$ (рис. 3, в). Зона III завжди відповідає навантаженню $p_3/\sigma_s = 0,9$. Форма пластичних зон практично не залежить від відношення висот стінок H/h .

Інтенсивність пластичних та пружно-пластичних деформацій при максимальному навантаженні. Після проведення серійних роз-

рахунків була накоплена статистична інформація для подальшої її обробки. Для ідеально пластичних матеріалів без зміцнення значення відносної інтенсивності пружно-пластичних (повних) деформацій $\bar{\epsilon}_i$, і значення відносної інтенсивності пластичних деформацій $\bar{\epsilon}_{ip}$, що визначаються залежностями

$$\bar{\epsilon}_i = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_{iey}}, \quad \bar{\epsilon}_{ip} = \frac{\epsilon_{ip}}{\epsilon_{iey}}. \quad (11)$$

не залежать від границі плинності.

В (11) ϵ_i – абсолютне значення інтенсивності пружно-пластичних (повних) деформацій; ϵ_{ip} – абсолютне значення інтенсивності пластичних деформацій; ϵ_{iey} – інтенсивність пружних деформацій, при яких починається пластичне деформування в осередку концентрації, що визначається залежністю

$$\epsilon_{iey} = \frac{\sigma_s}{3G}, \quad (12)$$

де G – модуль зсуву. Для ідеально пластичного матеріалу величина ϵ_{iey} завжди постійна і не залежить від зовнішнього навантаження.

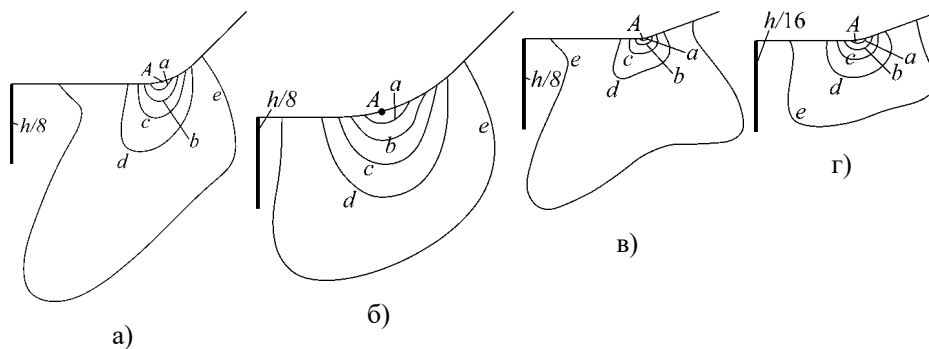


Рис. 4. Ізолінії інтенсивності пружно-пластичних деформацій ϵ_i балки-стілки

Таблиця 2

№ п/п	Параметри	Параметри для рисунку 4			
		Рисунок			
		4, а	4, б	4, в	4, г
1	Геометричні параметри	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,1;$ $\alpha = 45^\circ$	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,1;$ $\alpha = 45^\circ$	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,05;$ $\alpha = 20^\circ$	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,05;$ $\alpha = 20^\circ$
2	Зовн. навант. p/σ_s	0,9	0,713879	0,9	0,73461
3	ϵ_i для лінії e	0,00101833	0,00101833	0,00101833	0,00101833
4	ϵ_i для лінії d	0,00254282	0,00174366	0,00220343	0,0015457
5	ϵ_i для лінії c	0,00406732	0,00246897	0,00338851	0,00207306
6	ϵ_i для лінії b	0,00559181	0,00319427	0,0045736	0,00260042
7	ϵ_i для лінії a	0,00711631	0,00391958	0,00575868	0,00312778
8	Максимальне значення пружно-пластичних деформацій ϵ_i в точці A.	0,0086408	0,00464488	0,00694377	0,00365514

На рис. 5 показані обрані залежності відносної інтенсивності пластичних деформацій $\bar{\varepsilon}_{ip}$ від геометричних параметрів при $p/\sigma_s=0,9$. Пояснення до цього рисунку наведено в табл. 3.

Як видно з рис. 5 величина інтенсивності пластичних деформацій $\bar{\varepsilon}_{ip}$ найбільше залежить від радіуса скруглення r , менше залежить від кута нахилу похилої кромки δ (рис. 2) і найменше залежить від відношення висот стінок H/h . Зі збільшенням радіуса r величина $\bar{\varepsilon}_{ip}$ зменшується, і в найбільш несприятливому випадку при зміні r/h від 0,05 до 0,2 зменшення становить практично в 3,5 рази. Зі збільшенням кута нахилу α похилої кромки δ величина $\bar{\varepsilon}_{ip}$ збільшується, і для найбільш несприятливого випадку при зміні кута α від 20° до 75° збільшення $\bar{\varepsilon}_{ip}$ становить практично в 3 рази. При кутах нахилу похилої кромки починаючи від 45° і більше спостерігається стабілізація величини $\bar{\varepsilon}_{ip}$. Зі збільшенням відношення H/h величина $\bar{\varepsilon}_{ip}$ зростає, і в найбільш несприятливому випадку при зміні H/h від 1,6 до 2,4 зростання $\bar{\varepsilon}_{ip}$ становить лише на 40%.

Для відносного навантаження $p/\sigma_s=0,9$ величина відносної інтенсивності пластичних деформацій $\bar{\varepsilon}_{ip0,9}$ в залежності від геометричних параметрів може бути визначена наступною емпіричною залежністю

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{ip0,9} &= a_0 r_h^{\beta}; \\ b_0 &= 0,12H_h + 0,65; \quad b_1 = -0,44H_h + 2,84; \\ \beta &= -b_0 \cdot \tanh(\alpha \cdot b_1); \\ a_0 &= 1,4 \cdot \tanh(H_h) - 0,14 \cdot \alpha; \\ r_h &= r/h, \quad H_h = H/h, \quad \alpha, \text{ rad.} \end{aligned} \right\} (13)$$

Розходження між $\bar{\varepsilon}_{ip0,9}$, отриманими за формулою (13) відносно результатів МСЕ у діапазоні параметрів (9) становить $\pm 9\%$.

Значення (повної) пружно-пластичної деформації ε_i в осередку концентрації для ідеально пластичного матеріалу визначається залежністю

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{ip} + \varepsilon_{iey}, \quad (14)$$

що підтверджується числовими розрахунками МСЕ. Для вузла з параметрами $H/h = 2,0$; $\alpha = 60^\circ$; $r/h = 0,1$ значення $\bar{\varepsilon}_{ip0,9}$ розраховане за (13) становить 8,738, що на 0,5% більше за значення розраховане по МСЕ.

Перед використанням формули (13) слід впевнитись, що вузол знаходиться в умовах пружно-пластичного деформування. Для цього потрібно забезпечити виконання умови

$$p_{\min}^{rel} \leq p^{rel}; \quad p_{\min}^{rel} = 1/k_1; \quad p^{rel} = p/\sigma_s, \quad (15)$$

де коефіцієнт концентрації k_1 визначається за (1), (2), (3) або (4); p_{\min}^{rel} – мінімальне відносне навантаження, при якому починається пружно-пластичне деформування в концентраторі; p^{rel} – відносне навантаження.

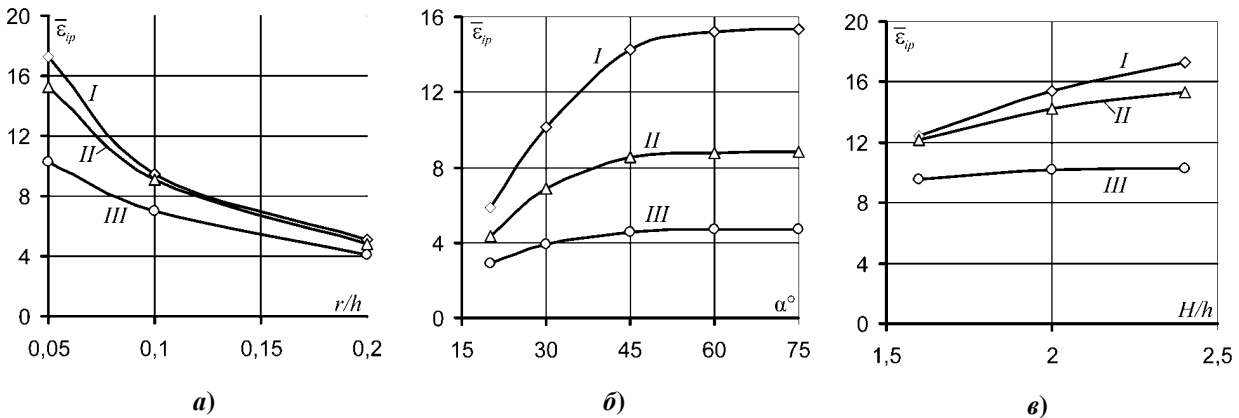


Рис. 5. Залежності відносної інтенсивності пластичних деформацій $\bar{\varepsilon}_{ip}$ від геометричних параметрів при $p/\sigma_s=0,9$: а – $\bar{\varepsilon}_{ip}$ від r/h ; б – $\bar{\varepsilon}_{ip}$ від α ; в – $\bar{\varepsilon}_{ip}$ від H/h

Таблиця 3

Параметри для рисунку 5

№ п/п	Рис.	Геометричні параметри для відповідних ліній		
		I	II	III
1	5, а	$H/h = 2,4; \alpha = 75^\circ$	$H/h = 2,4; \alpha = 45^\circ$	$H/h = 2,4; \alpha = 30^\circ$
2	5, б	$H/h = 2,0; r/h = 0,05$	$H/h = 2,0; r/h = 0,1$	$H/h = 2,0; r/h = 0,2$
3	5, в	$r/h = 0,05; \alpha = 75^\circ$	$r/h = 0,05; \alpha = 45^\circ$	$r/h = 0,05; \alpha = 30^\circ$

Наприклад, для вже вищезгаданих параметрів $H/h=2,0; \alpha=60^\circ; r/h=0,1$, пластичне деформування в небезпечному перерізі починається при відносному навантаженні $p_{\min}^{rel} = 1/k_1 = 1/3,25 = 0,31$, що дає змогу застосувати (13), спираючись на (15).

Інтенсивність пластичних деформацій при зростаючому навантаженні. На рис. 6 показано обрані залежності відносної інтенсивності (чисто) пластичних деформацій $\bar{\epsilon}_{ip}$ від прикладеного зовнішнього навантаження p/σ_s до кромки l (рис. 2). Пояснення до цього рисунку наведено в табл. 4.

Залежності відносної інтенсивності пружно-пластичних (повних) деформацій $\bar{\epsilon}_i$ аналогічні таким, що представлені на рис. 6, але всі графіки будуть зсунуті вгору на одиницю.

Як видно з рис. 6 залежності інтенсивності пластичних $\bar{\epsilon}_{ip}, \epsilon_{ip}$ або пружно-пластичних $\bar{\epsilon}_i, \epsilon_i$ деформацій від прикладеного зовнішнього навантаження однотипні, які добре апроксимуються експоненціальною, показниковою і/або степеневою залежностями.

Одним з підходів апроксимації залежностей $\bar{\epsilon}_{ip}$ або $\bar{\epsilon}_i$ від навантаження (рис. 6) є заміна їх прямими лініями, які з'єднують кінці кривих, як це наприклад показано для лінії d на рис. 6, a . В такому випадку будемо мати дуже безпечну, але завжди

завищену оцінку пластичних деформацій, апроксимоване значення яких може бути завищеним більш ніж в два рази за дійсне. Тому для апроксимації залежності $\bar{\epsilon}_i$ від прикладеного навантаження p/σ_s , приймаємо експоненціальний закон.

Для визначення відносної інтенсивності пружно-пластичних (повних) деформацій $\bar{\epsilon}_i$ при пружно-пластичному деформуванні в залежності від відносного прикладеного зовнішнього навантаження $p^{rel} = p/\sigma_s$ в рамках запропонованого підходу можна використовувати наступну залежність

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon}_i(p^{rel}) &= a \cdot \exp(b \cdot \sin(p^{rel})), \\ a &= \left(\frac{1}{c}\right)^\beta, \quad b = \frac{\ln\left(\frac{1}{c}\right)}{p_{\min}^{rel} - 0,9}, \quad c = 1,8 \cdot \bar{\epsilon}_{ip0,9} + 1, \\ \beta &= -\frac{p_{\min}^{rel}}{p_{\min}^{rel} - 0,9}. \end{aligned} \right\} (16)$$

де всі величини були пояснені вище. Ця залежність визначає величину $\bar{\epsilon}_i$ з похибкою $\pm 12\%$ відносно результатів отриманих за МСЕ у діапазоні параметрів (9). При цьому додаткову поправку для $\bar{\epsilon}_{ip0,9}$, пов'язану з похибкою формули (13) враховувати не потрібно. Для вузла з параметрами $H/h = 2,0; \alpha = 60^\circ; r/h = 0,1$ значення $\bar{\epsilon}_i$ розраховане за (16) становить 2,312, що майже на 5% менше за значення 2,426 розраховане по

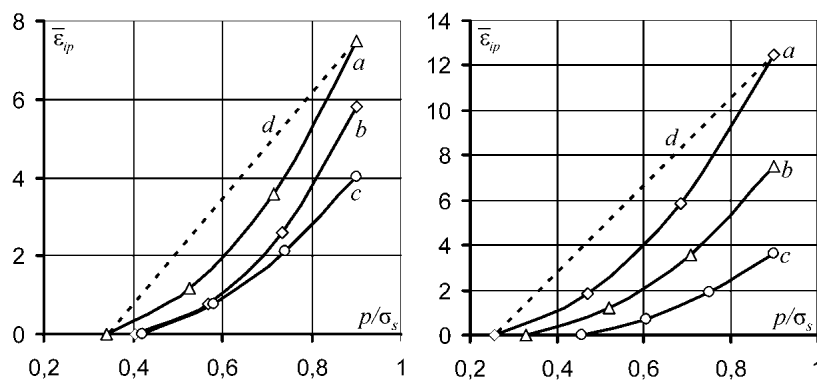


Рис. 6. Залежність відносної інтенсивності пластичних деформацій $\bar{\epsilon}_{ip}$ від навантаження p/σ_s

Таблиця 4

Параметри для рисунку 6

№ п/п	Рис.	Геометричні параметри для відповідних ліній та теоретичні коефіцієнти концентрації k_1 при розтяганні		
		a	b	c
1	6, a	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,1; \alpha = 45^\circ;$ $k_1 = 2,927$	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,05; \alpha = 20^\circ;$ $k_1 = 2,477$	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,2; \alpha = 75^\circ;$ $k_1 = 2,373$
2	6, б	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,05; \alpha = 75^\circ;$ $k_1 = 3,891$	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,1; \alpha = 60^\circ;$ $k_1 = 3,027$	$H/h = 0,16;$ $r/h = 0,2; \alpha = 30^\circ;$ $k_1 = 2,180$

МСЕ. Для визначення відносної інтенсивності чисто пластичних деформацій $\bar{\varepsilon}_{ip}$ необхідно скористатись формулою

$$\bar{\varepsilon}_{ip} = \bar{\varepsilon}_i - 1, \quad (17)$$

але при цьому слід покласти $c = 1,6$ в (16), що пов'язано з проблемою малих різниць при малих p^{rel} при відніманні одиниці. Похибка визначення $\bar{\varepsilon}_{ip}$ за (17) при цьому становить не більше $\pm 21\%$ (при $c = 1,6$) відносно результатів отриманих за МСЕ у діапазоні параметрів (9).

Таким чином, методика обчислення інтенсивності пружно-пластичних (повних) ε_i , пластичних ε_{ip} та пружних ε_{ie} деформацій в умовах пружно-пластичного деформування балки-стілки в осередку концентрації напружень σ (рис. 2) може бути представлена наступним чином:

1) для обраних/завданих геометричних параметрів досліджуваного вузла на рис. 1, 2 визначається коефіцієнт концентрації k_1 за однією з формул (1), (2), (3) або (4);

2) визначається відносне навантаження p^{rel} за 3-м виразом (15) для завданого зовнішнього навантаження p ;

3) визначається мінімальне відносне навантаження p_{min}^{rel} за 2-м виразом (15), при якому починається пружно-пластичне деформування;

4) перевіряється 1-ша умова (15). Якщо 1-ша умова виконана, то балка-стілка перебуває в стані пружно-пластичного деформування і слід перейти до наступного п. 5. Якщо 1-ша умова (15) не виконана, то балка-стілка перебуває в стані тільки пружного деформування; інтенсивність пластичних деформацій дорівнює нулю, тобто $\varepsilon_{ip} = 0$, а інтенсивність пружних деформацій ε_{ie} дорівнює

$$\varepsilon_{ie} = \frac{p \cdot \sigma_s}{3G \cdot p_{min}}, \quad \varepsilon_{ip} = \frac{p \cdot \varepsilon_{iey}}{p_{min}}; \quad (18)$$

на цьому слід зупинитися;

5) обчислити $\bar{\varepsilon}_{ip,0,9}$ за (13), що відповідає відносному навантаженню $p^{rel}=0,9$ для пружно-пластичного деформування;

6) застосувати формулу (16) для визначення відносної інтенсивності пружно-пластичних (повних) деформацій $\bar{\varepsilon}_i$ в залежності від прикладеного відносного навантаження p^{rel} , а потім застосувати формулу $\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_i \cdot \varepsilon_{iey}$, що виводиться з (11);

7) обчислити за потребою значення інтенсивності повних пластичних деформацій ε_{ip} за формулою

$$\varepsilon_{ip} = \varepsilon_{iey}(\bar{\varepsilon}_i - 1), \quad \varepsilon_{ie} = \varepsilon_i - \varepsilon_{iey}. \quad (19)$$

Вищенаведена методика представлена нижче на рис. 7 у вигляді блок-схеми алгоритму.

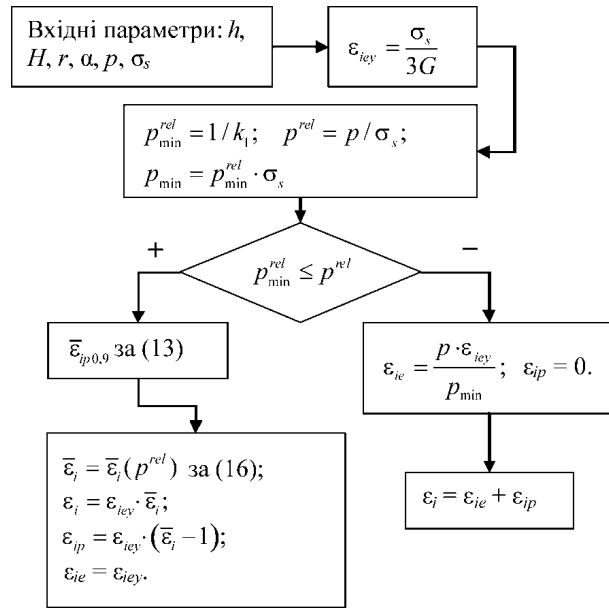


Рис. 7. Блок-схема алгоритму визначення інтенсивності пружних, пластичних та пружно-пластичних деформацій при пружно-пластичному деформуванні балки-стілки

Для врахування погрішності емпіричних формул необхідно значення інтенсивності розрахованих пружно-пластичних деформацій $\bar{\varepsilon}_i$ помножити на 1,12 (для 12 % відхилення в найгіршому випадку).

Оцінка формули Нейбера. Проведемо оцінку формули Нейбера, яка часто буває задіяна в інженерних методиках розрахунку міцності в пружно-пластичній області. Як відомо класична формула Нейбера має вигляд

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_\varepsilon \cdot K_\sigma}{K_t^2} = 1, \quad K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{i \max}}{\varepsilon_{i \text{ nom}}}, \quad K_\sigma = \frac{\sigma_{i \max}}{\sigma_{i \text{ nom}}}, \\ \sigma_{i \max} = \sigma_s, \quad \sigma_{i \text{ nom}} = p, \quad \varepsilon_{i \text{ nom}} = \frac{\sigma_{i \text{ nom}}}{3G}, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

де $\varepsilon_{i \max}$ – інтенсивність пружно-пластичних деформацій в концентраторі; $\varepsilon_{i \text{ nom}}$ – інтенсивність номінальних пружно-пластичних деформацій; $\sigma_{i \max}$ – інтенсивність пружно-пластичних напружень в концентраторі; $\sigma_{i \text{ nom}}$ – інтенсивність номінальних пружно-пластичних напружень.

Пояснення будемо вести для абсолютних величин, як більш зрозумілих, для сталі 3, з границею плинності $\sigma_s = 235$ МПа. Для вузла з параметрами $H/h = 2,0$; $\alpha = 60^\circ$; $r/h = 0,1$ для відносного навантаження $p/\sigma_s = 0,505$ розраховані по МСЕ величини становлять: теоретичний коефіцієнт концентрації $K_t = 3,249$; інтенсивність повної пружно-пластичної деформації в осередку $\varepsilon_{i \max} = 2,471 \cdot 10^{-3}$; інтенсивність пластичної деформації $\varepsilon_{ip} = 1,453 \cdot 10^{-3}$; інтенсивність пружних деформацій, при яких виникає текучість в осередку концентрації

$\varepsilon_{iey} = 1,018 \cdot 10^{-3}$; модуль зсуву $G = 7,7 \cdot 10^{10}$ Па. Тоді дійсне навантаження $\sigma_{i\text{ nom}} = 0,505 \cdot 235 \cdot 10^6 = 119$ МПа; $\varepsilon_{i\text{ nom}} = 119 \cdot 10^6 / (3 \cdot 7,7 \cdot 10^{10}) = 5,143 \cdot 10^{-4}$. $K_\varepsilon = 2,471 \cdot 10^{-3} / 5,143 \cdot 10^{-4} = 4,805$; $K_\sigma = 235 \cdot 10^6 / 119 \cdot 10^6 = 1,980$; $K_\varepsilon \cdot K_\sigma / K_t^2 = 0,901$. Як бачимо результат дуже хороший.

Аналогічно був проведений аналіз варіантів (9) геометрії вузла на основі пружно-пластичних деформацій розрахованих за МСЕ. Найбільше значення $K_\varepsilon \cdot K_\sigma / K_t^2 = 1,47$ має місце для вузла з параметрами $H/h = 0,24$; $r/h = 0,05$; $\alpha = 30^\circ$; $k_1 = K_t = 3,08$ при $p/\sigma_s = 0,9$. Найменше значення $K_\varepsilon \cdot K_\sigma / K_t^2 = 0,82$ має місце для вузла з параметрами $H/h = 0,24$; $r/h = 0,05$; $\alpha = 75^\circ$; $k_1 = K_t = 4,5$ при $p/\sigma_s = 0,448$. Якщо відфільтрувати результати для навантаження $p/\sigma_s \leq 0,6$, то відношення $K_\varepsilon \cdot K_\sigma / K_t^2$ лежить в межах $[0,82; 0,97]$. Висновком з цього всього є те, що формулу Нейбера для балки-стілки при $p/\sigma_s \leq 0,6$ в залежності від геометричних параметрів і навантаження коректувати немає сенсу, і відношення $K_\varepsilon \cdot K_\sigma / K_t^2 = 1$ для нашого випадку буде завжди давати безпечну оцінку.

Обговорення отриманих результатів. Слід зауважити, що для ідеального пружно-пластичного матеріалу величини пластичних деформацій будуть завжди найбільшими ніж для матеріалів з будь-яким зміцненням. Проте реальні пластичні матеріали мають скінченну ділянку текучості, довжина якої для різних матеріалів становить декілька ε_{iey} . При відносному навантаженні $p/\sigma_s = 0,9$ гарантовано виникає текучість в зоні концентрації напружень для всіх варіантів геометрії вузла, що дозволило провести розрахунки пластичності для всього діапазону геометричних параметрів. Проте для вузлів з високою концентрацією напружень при $p/\sigma_s = 0,9$ виникають великі значення пластичних деформацій, інтенсивність яких становить десятки ε_{iey} , що означає, що площадка текучості має аналогічну довжину. В дійсності таких матеріалів з такою довгою площадкою текучості може не існувати. Але при такому підході отримується найбільш без-

печна оцінка розвитку пластичних деформацій, що важливо при оцінці втомної міцності в малота середньо-циклових областях. Тому що величини розмаху пружно-пластичних деформацій є завищеними, а кількість циклів згідно деформаційних критеріїв втомної міцності отримується заниженою. При зниженні відносного зовнішнього навантаження p/σ_s значення пластичних деформацій зменшується, і вже при $(0,4 \div 0,6)$ p/σ_s отримується прийнятні результати.

Висновки. У наведеній роботі були вирішені всі поставлені завдання згідно з метою дослідження.

1) обґрунтовано найбільш «сувору» розрахункову схему, яка забезпечує отримання найбільш безпечних результатів; обґрунтовано вибір типу СЕ та об'ємної задачі замість плоскої;

2) визначено мінімальні навантаження при яких починається пружно-пластичне деформування в концентраторі, які залежать від теоретичного коефіцієнту концентрації напружень; представлено додаткові залежності теоретичного коефіцієнту концентрації напружень;

3) розроблено залежності для визначення величини інтенсивності пружно-пластичних та пластичних деформацій в залежності від геометричних параметрів конструкції та зовнішнього навантаження в осередку концентрації напружень для ідеально пластичного матеріалу. Точність залежностей становить відповідно $\pm 12\%$ та $\pm 21\%$;

4) використовуючи отримані дані величин пружно-пластичних деформацій, було проведено аналіз формули Нейбера і показано, що для відносних навантажень $p/\sigma_s \leq 0,6$ ця формула дає задовільні результати. Це дає змогу застосовувати в подальшому для аналізу втомної міцності балок-стінок в осередку концентрації напружень методики так званих S-N кривих, які неявно використовують класичну формулу Нейбера.

У подальшому планується врахування зміцнення.

Список літератури:

1. Коростильов Л.І., Соков В.М. Оценка концентрации напряжений в типовых очагах конструктивных узлов корпуса судна. *Збірник наукових праць НУК*. Миколаїв: НУК, 2008. № 5 (422). С. 11–17.
2. Соков В.М., Коростильов Л.І. Концентрация напряжений в типовом очаге тонкостенных конструкций. *Збірник наукових праць НУК*. Миколаїв: НУК, 2010. № 1 (430), С. 10–16.
3. Партон В.З., Морозов Е.М. *Механика упругопластического разрушения*. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. 504 с.
4. Махутов Н.А. *Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкции на прочность*. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.
5. *Вычислительные методы в механике разрушения*: пер. с англ./ Под ред. С. Алтури. М.: Мир, 1990. 392 с.
6. P. Lazzarin, M. Zappalorto And F. Berto. Three-dimensional stress fields due to notches in plates under linear elastic and elastic-plastic conditions. *Fatigue Fract Engng Mater Struct*. Wiley Publishing Ltd, 2015. pp. 140–153.

7. Haijie Wang, Xintian Liu, Xiaolan Wang, Yansong Wang. Numerical method for estimating fatigue crack initiation size using elastic–plastic fracture mechanics method. *Applied Mathematical Modelling*. Elsevier, 2019. no. 73, pp. 365–377.
8. Wei Jiang, Ping Yang. Experimental studies on crack propagation and accumulative mean strain of cracked stiffened plates under low-cycle fatigue loads. *Ocean Engineering*. Elsevier, 2020. no. 214. pp. 1–12.
9. Junlin Deng, Ping Yang, Qin Dong, Dan Wang. Research on CTOD for low-cycle fatigue analysis of central-through cracked plates considering accumulative plastic strain. *Engineering Fracture Mechanics*. Elsevier, 2016. no. 154. pp. 128–139.
10. Hubel, H. Simplified Theory of Plastic Zones: Based on Zarka's Method. Springer, 2016. 317p.
11. Torabi, A.R., Shahbazian B. Semi-analytical estimation of the effective plastic zone size at U-notch neighborhood in thin sheets under mixed mode I/II loading. *Engineering Fracture Mechanics*. Elsevier, 2020. no. 239. pp. 1–18.
12. Ball DL. Estimation of elastic-plastic strain response at two-dimensional notches. *Fatigue Fract Eng Mater Struct*. Wiley Publishing Ltd., 2020. pp. 1–22.
13. Adibi-Asl, R., Seshadri, R. Improved Prediction Method for Estimating Notch Elastic-Plastic Strain. *Journal of Pressure Vessel Technology*. ASME, 2010. Vol. 132, february. pp. 1–8.
14. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. 6-th edition. Barcelona, Spain: Elsevier Butterworth-Heinemann. 2005. 631 p.

Sokov V.M. ELASTIC-PLASTIC DEFORMATION OF BEAM'S WEB WITH BREAK OF EDGES

There is presented the methodology of definition of the intensity of elastic-plastic and plastic strains in the stress concentration seat of the typical ship beam with bend/break of web/axis/edges in dependence on its geometrical parameters and magnitude of applied external loading. The material of the beam is ideal plastic. The beam consists on two prismatic parts of different heights, amalgamated by smooth transition with inclined direct edge from little web height to high one. Free flange that may restrain itself to broken line is absent. The maximum loading applied to butch of beam of little web is 0.9 of yield limit. Strain-stress state was analyzed by the finite element method (FEM) using incremental plastic flow theory. It's proved the necessity of application of the volume problem for calculation of plastic. Accepted thickness of the beam at serial calculations provides realization of mainly plane stress state relatively plastic's zone sizes. Plane strain is not valid in practice. In addition there is conducted an analysis of development of plastic zones in dependence of increasing external load and geometrical beam's parameters. There are presented contours of plastic zones and tessellation lines of strains intensity for chosen variants. On data basis of magnitudes of elastic-plastic strains it was analyzed Neuber's formula in dependence on geometrical beam's parameters and magnitude of loading. It was proved that for occasions when loading don't exceed 0.6 from yield limit the Neuber's formula provide satisfactory safe results and don't need correction. It enables to apply well known methods of calculation of fatigue (for example S-N curves) and fracture mechanics to investigated beam in the concentrator where implicitly classical Neuber's formula is used. Offered methodologies of definition of elastic-plastic and plastic strains can be used in methods of calculation of low- and middle- cycle fatigue and fracture mechanics where these strains are used explicitly.

Key words: plasticity, elastic-plastic deformation, beam with break of web/axis/edges, plastic zones, ideal plastic body, Neuber's formula.